

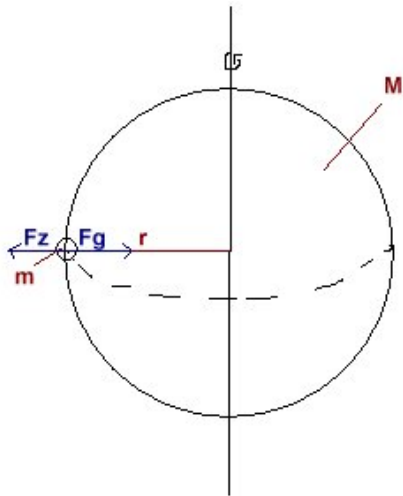
IPHO 1.Runde 4.Aufgabe

Aufgabenstellung:

Kürzlich wurde in einem entfernten Sternsystem ein neuer, sehr dichter und kugelförmiger Planet entdeckt, der in 60 Minuten um seine eigene Achse rotiert. Schätzen sie die minimale Dichte dieses Planeten ab!

Meine Lösung:

Skizze:



wobei m die Masse eines Stückes der Oberfläche ist und F_G die Gravitationskraft und F_Z die Zentrifugalkraft sind.

Damit der Planet nicht explodiert:

$$F_G > F_Z$$

Außerdem gilt:

$$F_G = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$v = r \cdot \omega = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\rho = \frac{3M}{4\pi \cdot r^3}$$

Einsetzen ergibt:

$$\begin{aligned} \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} &> \frac{m \cdot v^2}{r} \\ \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} &> \frac{m \cdot r^2 \cdot 4\pi^2}{r \cdot T^2} \\ \gamma \cdot \frac{M}{r^2} &> \frac{r \cdot 4\pi^2}{T^2} \\ \frac{3M}{4\pi \cdot r^3} &> \frac{3\pi}{T^2 \cdot \gamma} \end{aligned}$$

$$\rho > \frac{3\pi}{T^2 \cdot \gamma}$$

Folgende Größen sind gegeben:

$$\gamma = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$T = 60min = 3600s$$

Berechnung von ρ :

$$\rho > \frac{3\pi}{3600^2 \cdot 6,67259 \cdot 10^{-11}} \frac{kg \cdot s^2}{m^3 \cdot s^2}$$

$$\rho > 1,09 \cdot 10^4 \frac{kg}{m^3}$$

Offizielle Lösung:

- geht aus von der ersten kosmischen Geschwindigkeit (was immer das auch ist)
- $\frac{v_F^2}{r} = \frac{\gamma M}{r^2}$ und $v < v_F$
- dann weitere rechnung so wie ich